



研究与开发

Nakagami衰落信道上中继选择MF无线系统的物理层安全

张亚娟, 李光球, 高杰, 张旭, 王志康

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对现有修改转发 (modify and forward, MF) 无线系统物理层安全 (physical layer security, PLS) 性能较差以及信道建模的局限性问题, 提出了一种 Nakagami 衰落信道上各节点均采用最大比合并 (maximal ratio combining, MRC) 分集接收的中继选择 MF 无线系统的 PLS 模型。考虑最恶劣的 MRC 被动合谋窃听场景, 分别推导了 3 种中继选择方案下的安全中断概率 (secrecy outage probability, SOP)、渐近 SOP 和非零安全容量概率 (probability of non-zero secrecy capacity, PNSC) 的闭合式。MF 无线系统的仿真结果验证了理论分析的正确性, 同时表明, 对于相同的中继选择方案, MF 无线系统的 SOP 和 PNSC 性能优于对应的解码转发无线系统; 中继选择方案 1 的安全分集增益为中继节点数、中继节点的接收天线数、源至中继链路的衰落系数三者之积; 中继选择方案 2、3 的安全分集增益均与中继节点数、中继/目的节点上的接收天线数和源至中继、源/中继至目的链路的衰落系数有关。

关键词: Nakagami 衰落; 修改转发; 中继选择; 最大比合并; 物理层安全

中图分类号: TN918.1

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2026096

Physical layer security of relay selection MF wireless systems over Nakagami fading channels

Zhang Yajuan, Li Guangqiu, Gao Jie, Zhang Xu, Wang Zhikang

School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In response to the poor performance of physical layer security (PLS) in the existing modify and forward (MF) wireless systems and the limitations of their channel modeling, a PLS model for relay selection MF wireless systems with maximal ratio combining (MRC) diversity reception at all nodes over Nakagami fading channels was proposed in this paper. Considering the worst scenario of passive colluding eavesdroppers with MRC, closed form expressions for secrecy outage probability (SOP), asymptotic SOP, and probability of non-zero secrecy capacity (PNSC) of the MF systems were derived for three relay selection schemes. The simulation results of the MF wireless systems verify the correctness of their theoretical analysis, which also show that for the same relay selection scheme, the SOP and PNSC performance of the MF wireless systems outperform those of the corresponding decode and forward wireless systems. The results indicate that the security diversity gain of relay selection scheme I equals the product of the

收稿日期: 2025-XX-XX; 修回日期: 2025-XX-XX

通信作者: XXX, 邮箱: gqli@hdu.edu.cn



number of relay nodes, the number of relay receive antennas, and the fading parameter of the source-relay link, and the security diversity gains of relay selection schemes II and III are related to the number of relay nodes, the number of receiving antennas at the relays or destination, and the fading parameters of the source-relay, source-destination, and relay-destination links.

Key words: Nakagami fading, MF, relay selection, MRC, PLS

0 引言

中继选择^[1-3]和天线分集技术^[4-5]可有效地提升解码转发 (decode and forward, DF) 协作系统的物理层安全 (physical layer security, PLS) 性能。由于 DF 协议的 PLS 性能不理想, 文献[6]提出了 PLS 性能更优的修改转发 (modify and forward, MF) 协议。文献[7]推导了 3 种中继选择准则下的 MF 协作系统安全中断概率 (secrecy outage probability, SOP)、非零安全容量概率 (probability of non-zero secrecy capacity, PNSC) 的闭合式和渐近式。文献[8]推导了采用发射天线选择的中继选择 MF 系统的 SOP 和遍历安全容量的闭合式。文献[9]推导了 MF 协作非正交多址接入 (non-orthogonal multiple access, NOMA) 系统的 SOP 和严格正安全容量的闭合式。文献[10]推导了存在信道估计误差的中继选择 MF 系统的截获概率和 SOP 的闭合式。文献[7, 9-10]的对比结果表明, 在改善协作系统的 PLS 性能方面, MF 比 DF 协议更有优势。

针对同时存在小尺度衰落和路径损耗的应用场景^[11-13], 文献[12]推导了中继选择 MF 系统的中断概率和截获概率的渐近表达式。文献[13]推导了多窃听场景下中继选择 MF 协作 NOMA 系统的 SOP 近似表达式。

文献[1-13]均采用独立同分布的瑞利衰落信道建模, 然而该信道建模在复杂场景中存在着较大的局限性。Nakagami 分布作为一种更一般的衰落信道模型, 优势包括: 可通过调整衰落系数来灵活地建模不同的信道; 瑞利衰落是其衰落系数

为 1 的特殊情况; 可近似莱斯衰落; 与实验测量数据吻合更好^[14]。独立不同分布 Nakagami 衰落信道建模的应用更广泛, 在多用户 DF 系统^[15-16]、认知无线网络^[17-18]、车联网^[19-20]中的 PLS 研究备受关注。文献[15]研究了具有干扰节点和多用户选择的 DF 协作系统的安全传输问题。文献[16]推导了 DF 协作 NOMA 系统的 SOP 闭合式。文献[17]研究了采用 DF 中继选择的 underlay 认知网络的安全中断性能。文献[18]研究了采用协作干扰和 DF 协议的两跳 underlay 上行认知无线网络的 PLS 问题。文献[19]推导了存在干扰信号的 DF 协作车联网的 SOP、渐近 SOP 和 PNSC 的闭合式。文献[20]推导了同道干扰下全双工 DF 协作车联网的 SOP 闭合式。

综上, 现有的 MF 系统的 PLS 性能研究主要局限于瑞利衰落信道和单天线配置场景。鉴于独立不同分布 Nakagami 衰落信道建模具有更广泛的适应性, 且在实际应用中还须考虑大尺度路径损耗的影响以及改进 MF 系统的 PLS 性能, 然而, 在此场景中的 MF 系统的 PLS 性能分析及评估尚是一个开放课题, 本文拟填补这个空白, 提出一种在独立不同分布的 Nakagami 衰落信道上各节点均采用最大比合并 (maximal ratio combining, MRC) 分集接收的中继选择 MF 无线系统的 PLS 模型, 依据 MF 系统可获取的主信道链路信道状态信息 (channel state information, CSI) 的情况, 设计针对 MRC 被动合谋窃听场景中的 3 种不同中继选择方案, 分别推导 SOP、渐近 SOP 和 PNSC 的闭合式。为更好地分析所提系统, 参考文献[7, 9-10], 本文还研究了 3 种方案在 DF 协议

下的PLS性能，并将之与对应的MF协议进行对比，最后通过仿真实验验证。

1 系统模型

1.1 PLS模型

独立不同分布Nakagami衰落信道上MF无线系统的PLS模型如图1所示。该PLS模型由配备单根天线的源节点 S 、配备 L_2 根接收天线的目的节点 D 、 K 个配备 L_1 根接收天线和单根发射天线的中继节点 R_k ($k=1,2,\dots,K$)，以及 N 个配备 L_4 根接收天线且实施被动MRC合谋窃听的节点 E_n ($n=1,2,\dots,N$)构成。假定：

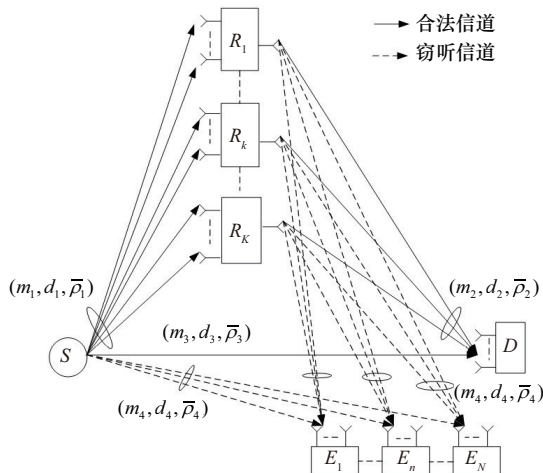


图1 独立不同分布 Nakagami 衰落信道上 MF 无线系统的 PLS 模型

1) R_k 均采用文献[7]的MF协议处理接收信号并前传经修改的保密信号。

2) 主、窃听信道均同时遭受相互独立的 Nakagami 小尺度衰落和路径损耗大尺度衰落的影响。参考文献[21]，通信节点 a 、 b 之间的信道增益为 $h_{ab} = \tilde{h}_{ab} / \sqrt{d_{ab}^\theta}$ ，其中， \tilde{h}_{ab} 的幅度服从衰落系数为 m_{ab} 的 Nakagami 分布， d_{ab} 为通信节点 a 与 b 间的距离， θ 为路径损耗因子， $ab \in \{SR_k, R_k D, SD, SE_n, R_k E_n\}$ 。为简化表述，通信节点 a 、 b 之间的衰落系数及距离分别用 m_l 和 d_l 表示， $l=$

1,2,3,4,5， l 与链路 ab 中各参数的对应关系见图1。

3) 考虑文献[22]的应用场景， R_k 均布署在邻近区域，即可认为 S 至各 R_k 之间的距离 d_{SR_k} 均相等。同样考虑 E_n 也均布署在邻近区域，则各 R_k 至各 E_n 之间的距离 $d_{R_k E_n}$ 也均相等。

4) 链路 ab 的每根接收天线上的平均信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 均相同， $\bar{\rho}_{ab}$ 简记为 $\bar{\rho}_l$ ， $(m_l, d_l, \bar{\rho}_l)$ 标于图1中。节点 A 的每根接收天线上的加性白高斯噪声也相互独立，且均服从复高斯分布 $CN(0, \sigma_A^2)$ ， $A \in \{R_k, D, E_n\}$ 。

1.2 保密通信过程

假定 k^* 为基于下文各中继选择方案选定的中继节点序号，图1的保密通信过程分为以下两个阶段：1) S 以发射功率 P_T 将保密信号广播给 R_k 、 D 、 E_n 实施被动窃听， R_k 、 D 、 E_n 均采用 MRC 分集接收；2) 基于下文的3种中继选择方案之一，选择第 k^* 个中继节点 R_{k^*} ，采用 MF 协议[7]先解码接收的保密信号，再以发射功率 P_R 向 D 前传经修改后的保密信号。由于 D 可获得不为零的修正量 Δ ，故可以解码 R_{k^*} 前传的保密信号；而 E_n 由于无法获知 Δ ，因而在第二阶段无法实施窃听。

1.3 主、窃听信道 SNR 的 PDF 和 CDF

MF 系统的主信道容量 C_D 受限于主信道的 $S \rightarrow R_{k^*}$ 链路的容量与 $S \rightarrow D$ 、 $R_{k^*} \rightarrow D$ 合并链路的容量之中的较小值，即 $C_D = \min \left(\text{lb} \left(1 + \rho_{SR_{k^*}} \right) / 2, \text{lb} \left(1 + \rho_{SD} + \rho_{R_{k^*}D} \right) / 2 \right)$ ，其中， $\rho_{SR_{k^*}}$ 、 ρ_{SD} 、 $\rho_{R_{k^*}D}$ 分别为 $S \rightarrow R_{k^*}$ 、 $S \rightarrow D$ 、 $R_{k^*} \rightarrow D$ 链路 MRC 合并器的输出瞬时 SNR。

由于链路 $ab \in \{SR_k, R_k D, SD, SE_n, R_k E_n\}$ 均采用 MRC 分集接收，则当 $\beta_l = L_l m_l$ 为整数时，由文献[23]的式(5)和式(6)可得 MRC 合并器的输



出瞬时信噪比 ρ_I 的概率密度函数 (probability density function, PDF) 和累积分布函数 (cumulative distribution function, CDF) 分别为

$$f(\beta_I, \alpha_I, \rho_I) = \frac{(\alpha_I \rho_I)^{\beta_I}}{\Gamma(\beta_I) \rho_I} e^{-\alpha_I \rho_I} \quad (1)$$

$$F(\beta_I, \alpha_I, \rho_I) = 1 - \sum_{i=0}^{\beta_I-1} \frac{1}{i!} (\alpha_I \rho_I)^i e^{-\alpha_I \rho_I} \quad (2)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数, $\alpha_I = m_I d_I^\theta / \bar{\rho}_I$, $I=1, 2, 3, 4, 5$ 。为叙述方便, 用 $L_3=L_2$ 表示 $S \rightarrow D$ 链路的节点 D 的接收天线数, 用 $L_5=L_4$ 表示 $R_k \rightarrow E_n$ 链路的节点 E_n 的接收天线数。

令 $G_{\max} = \max_{1 \leq k \leq K} \{G_k\}$, 且假定随机变量 G_k 相互独立, PDF、CDF 由式 (1) 和式 (2) 给出, 根据文献[24]的式 (5) ~ (7), 依次采用二项式和 J.C.P.Miller 展开, 可得 G_{\max} 的 CDF 为

$$\Pr(G_{\max} \leq g_I) = \sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^{k(\beta_I-1)} \binom{K}{k} (-1)^k \frac{c_l(k)}{l!} (\alpha_I g_I)^l e^{-\alpha_I g_I} \quad (3)$$

其中, $\Pr(\cdot)$ 表示概率, $c_l(k)$ 为 J.C.P.Miller 的多项式展开系数, 其值由文献[24]的式 (7) 给出。

参考文献[13], 考虑最恶劣的情况, 即 N 个窃听者采用 MRC 合谋窃听, 此时窃听信道容量为 $C_E^{\text{MF}} =$

$$\text{lb}(1 + \rho_{SE})/2, \text{ 其中, } \rho_{SE} = \frac{P_T}{\sigma_E^2 d_{SE_n}^\theta} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{L_4} |\tilde{h}_{SE_{ni}}|^2 \text{ 是保}$$

密通信第一阶段实施合谋窃听时窃听信道的瞬时接收 SNR, $\tilde{h}_{SE_{ni}}$ 是源节点 S 的发射天线至 E_n 的第 i 根接收天线之间的链路衰落系数。故 ρ_{SE} 的 PDF 为 $f(\beta_{SE}, \alpha_{SE}, \rho_{SE})$, 其中, $\beta_{SE} = NL_4 m_4$, $\alpha_{SE} = m_4 d_4^\theta / \bar{\rho}_4$ 。

当中继节点对接收到的保密信号仅转发不修改时, MF 协议退变为 DF 协议。对于 DF 协议, 保密通信的第二阶段也遭受被动窃听, 且其

MRC 合并器的输出瞬时 SNR 为 $\rho_{R_k^* E} = \frac{P_R}{\sigma_E^2 d_{R_k^* E_n}^\theta}$

$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{L_5} |\tilde{h}_{R_k^* E_{ni}}|^2$ 。如文献[9], 假定被动窃听者对 DF 系统两阶段接收到的信号进行选择合并, 此时的窃听信道容量为 $C_E^{\text{DF}} = \max(\text{lb}(1 + \rho_{SE})/2, \text{lb}(1 + \rho_{R_k^* E})/2)$ 。

于是中继选择 MF/DF 无线系统的安全容量为 $C_{\text{sec}}^X = \max(C_D - C_E^X, 0)$, 其中, $X \in \{\text{MF}, \text{DF}\}$ 。

1.4 3种中继选择方案

针对图1, 根据主信道 CSI 的获取情况, 设计下面3种中继选择方案。

方案1 当可获得主信道全部链路的 CSI, 即 $|h_{SR_k}|^2, |h_{SD}|^2, |h_{R_k D}|^2$ 时, 选择能使 C_D 最大的第 k^* 个中继 R_{k^*} 转发信号, 此时主信道的瞬时接收 SNR 为 $Z_1 = \max_{1 \leq k \leq K} \left\{ \min[\rho_{SR_k}, \rho_{SD} + \rho_{R_k D}] \right\}$;

方案2 当仅能获得 $S \rightarrow R_k$ 链路的 CSI, 即 $|h_{SR_k}|^2$ 时, 选择能使 $S \rightarrow R_k$ 链路 SNR 最大的第 k^* 个中继 R_{k^*} 转发信号, 此时有 $Z_2 = \min \left[\max_{1 \leq k \leq K} \rho_{SR_k}, \rho_{SD} + \rho_{R_{k^*} D} \right]$, 其中, $\rho_{SD} + \rho_{R_{k^*} D}$ 为 D 的 MRC 合并器输出的瞬时 SNR。

方案3 当仅能获得 $R_k \rightarrow D$ 链路的 CSI, 即 $|h_{R_k D}|^2$ 时, 选择能使 $R_k \rightarrow D$ 链路 SNR 最大的第 k^* 个中继 R_{k^*} 转发信号, 此时有 $Z_3 = \min \left[\rho_{SR_{k^*}}, \rho_{SD} + \max_{1 \leq k \leq K} \rho_{R_k D} \right]$ 。

2 安全性能分析

与文献[7]相同, 将 MF/DF 无线系统的 SOP 定义为其安全容量 C_{sec}^X 小于目标安全速率 R 的概率, 则3种中继选择方案下 MF/DF 无线系统的

SOP为

$$P_J^X = 1 - (1 - I_{J,SE})(1 - I_{J,R_k^*E}) \quad (4)$$

其中, $I_{J,SE}$ 、 I_{J,R_k^*E} 分别为保密通信第一、二阶段的SOP, $J=1,2,3$ 分别对应方案1、2、3, 且 $I_{J,w}$ 由下式给出:

$$I_{J,w} = \Pr\left(\frac{1+Z_J}{1+\rho_w} < \gamma_{th}\right) = \int_0^\infty \Pr(Z_J < \gamma_{th}(1+\rho) - 1) f_{\rho_w}(\rho) d\rho \quad (5)$$

其中, $w \in \{SE, R_k^*E\}$, $\gamma_{th} = 2^{2R}$, ρ_w 是MF/DF协议保密通信第一阶段或第二阶段合谋窃听时的瞬时接收SNR, $f_{\rho_w}(\rho)$ 是 ρ_w 的PDF。

2.1 MF协议下的SOP

与DF协议不同, MF协议下由于窃听者在第二阶段无法实施被动窃听, 所以保密通信第二阶段的SOP $I_{J,R_k^*E} = 0$, 只须计算第一阶段的SOP $I_{J,SE}$ 即可。

2.1.1 方案1

对于方案1, $Z_1 = \max_{1 \leq k \leq K} \{\min[\rho_{SR_k}, \rho_{SD} + \rho_{R_kD}]\}$,

求解CDF分为以下3步: 1) 令 $S \rightarrow D$ 链路的瞬时SNR $\rho_{SD} = \omega$, 求出 $V_k = \min[\rho_{SR_k}, \omega + \rho_{R_kD}]$ 的CDF; 2) 求出 $V_{\max} = \max_{1 \leq k \leq K} \{V_k\}$ 的CDF $\Pr(V_k < v)$; 3) 用 ρ_{SD} 的PDF对 V_{\max} 的CDF求积分。

由于假定 h_{SR_k} 、 h_{R_kD} 相互独立, 可得 ρ_{SR_k} 、 ρ_{R_kD} 相互独立, 于是可推得 V_k 的CDF为

$$\Pr(V_k < v) = 1 - (1 - \Pr(\rho_{SR_k} < v)) (1 - \Pr(\rho_{R_kD} < v - \omega)) \quad (6)$$

求解 $\Pr(\rho_{R_kD} < v - \omega)$ 分两种情况: 1) 须中继链路辅助通信 (即 $v > \omega$); 2) 无须中继链路辅助通信 (即 $0 < v < \omega$), 此时 $\Pr(\rho_{R_kD} < v - \omega) = 0$ 。式(6)中 ρ_{SR_k} 和 ρ_{R_kD} 的CDF均由式(2)给出。

由于 V_k , $k=1,2,\dots,K$ 相互独立, 则 $\Pr(V_{\max} \leq v) = (\Pr(V_k \leq v))^K$, 将式(6)代入其中, 并进行

二项式和J.C.P.Miller展开, 可推得 V_{\max} 的CDF为

$$\Pr(V_{\max} \leq v) = \begin{cases} 1 - \sum_{k,n} \sum_{l,t} \alpha_1^n \alpha_2^l v^{n+l-t} e^{-k(\alpha_1+\alpha_2)v} \omega^t e^{k\alpha_2\omega}, & v > \omega; \\ 1 - \sum_{k,n} \alpha_1^n v^n e^{-k\alpha_1 v}, & 0 < v < \omega \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\sum_{k,n} = \sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{k(\beta_1-1)} \binom{K}{k} (-1)^{k-1} \frac{c_n(k)}{n!}$, $\sum_{l,t} = \sum_{l=0}^{k(\beta_2-1)} \sum_{t=0}^l \binom{l}{t} (-1)^t \frac{c_l(k)}{l!}$ 。

用 ρ_{SD} 的PDF $f(\beta_3, \alpha_3, \omega)$ 对式(7)进行积分, 可得

$$\Pr(Z_1 \leq z) = \int_0^z \Pr(V_{\max} \leq z) f(\beta_3, \alpha_3, \omega) d\omega + \int_z^\infty \Pr(V_{\max} \leq z) f(\beta_3, \alpha_3, \omega) d\omega \quad (8)$$

因为 $f(\beta_3, \alpha_3, \omega)$ 在 $(0, \infty)$ 上的积分为1, 并利用文献[25]中的式(3.351.1)和式(8.352.6), 经推导整理可得

$$\Pr(Z_1 \leq z) = 1 - \sum_{k,n} \alpha_1^n \left(\sum_{l,t} J(\mathbf{A}_1, z) + \sum_{j=0}^{\beta_3-1} \frac{\alpha_3^j}{j!} z^j e^{-\alpha_3 z} \right) \quad (9)$$

其中, $J(\mathbf{A}_1, z) = \frac{q^f g}{\Gamma(f)} z^a e^{-bz} \frac{\gamma(c+1, dz)}{d^{c+1}}$, $\mathbf{A}_1 = (a, b, c, d, q, f, g) = (n+l-t, k(\alpha_1+\alpha_2), t+\beta_3-1, \alpha_3-\alpha_2k, \alpha_3, \beta_3, \alpha_2^l)$, $(t, w) = (n+j, k\alpha_1+\alpha_3)$ 。

令

$$\xi(\mathbf{A}_1, s, r) = \int_0^\infty J(\mathbf{A}_1, (\gamma_{th}\rho + \phi)) f(s, r, \rho) d\rho \quad (10)$$

其中, $\phi = \gamma_{th} - 1$, $f(s, r, \rho)$ 由式(1)给出。

先利用文献[25]中的不完全伽马函数展开式(8.352.6), 再对其进行二项式展开, 最后利用文献[25]中的积分式(3.351.3)进行计算, 经整理可得



$$\zeta(\mathbf{A}_1, s, r) = \frac{q^f g}{\Gamma(f)} \frac{r^s}{\Gamma(s)} \frac{c!}{d^{c+1}} \left(T_{a,b,q} - \sum_{i=0}^c \frac{d^i}{i!} T_{a+i,b-d,p} \right) \quad (11)$$

$$\text{其中, } T_{a,b,q} = \sum_{q=0}^a \binom{a}{q} \gamma_{\text{th}}^q \phi^{a-q} \frac{e^{-b\phi} (s+q-1)!}{(r+b\gamma_{\text{th}})^{s+q}}.$$

令

$$\zeta(\mathbf{b}) = \frac{v^n}{n!} \int_0^\infty (\gamma_{\text{th}} \rho + \phi)^t e^{-w(\gamma_{\text{th}} \rho + \phi)} f(s, r, \rho) d\rho \quad (12)$$

其中, $\mathbf{b} = (t, w, v, n, s, r)$ 。

利用二项式展开定理和文献[25]中的积分式(3.351.3), 可推得 $\zeta(\mathbf{b}) = \frac{v^n}{n!} \frac{r^s}{\Gamma(s)} T_{t,w,i^o}$

令 $z = (\gamma_{\text{th}} \rho + \phi)$, 将 ρ_{SE} 的 PDF 和式 (9) 代入式 (5) 进行积分, 再利用式 (10)、(12), 可推得方案 1 下 MF 无线安全系统的 SOP $P_1^{\text{MF}} = I_{1,SE}$ 为

$$I_{1,SE} = 1 - \sum_{k,n} \alpha_1^n \left(\sum_{l,t} \zeta(\mathbf{A}_1, \beta_{SE}, \alpha_{SE}) + \sum_{j=0}^{\beta_3-1} \zeta(\mathbf{B}_1) \right) \quad (13)$$

其中, $\mathbf{B}_1 = (\alpha_3, j, n+j, k\alpha_1 + \alpha_3, \beta_{SE}, \alpha_{SE})$ 。

考虑 $S \rightarrow R_k$ 链路的高 SNR 情况, 即令 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$, 可推得式 (13) 的极限 $P_{1,\infty}^{\text{MF}}$ 为

$$I_{\infty}^{1,SE} = 1 - \sum_{k=1}^K \binom{K}{k} (-1)^{k-1} \left(\sum_{l,t} \zeta(\mathbf{A}_{11}, \beta_{SE}, \alpha_{SE}) + \sum_{j=0}^{\beta_3-1} \zeta(\mathbf{B}_{11}) \right) \quad (14)$$

其中, $\mathbf{A}_{11} = (l-t, k\alpha_2, t+\beta_3-1, \alpha_3-\alpha_2k, \alpha_3, \beta_3, \alpha_2^l)$, $\mathbf{B}_{11} = (\alpha_3, j, j, \alpha_3, \beta_{SE}, \alpha_{SE})$ 。

由式 (13)、(14) 可得定理 1。

定理 1 中继选择方案 1 下 MF 系统的 SOP (即 P_1^{MF}) 与中继数 K , 各节点的接收天线数, 窃听器数量 N , 目标安全速率 R , 路径损耗因子 θ , 以及各链路参数 $(m_l, d_l, \bar{\rho}_l)$, $l=1, 2, 3, 4$ 有关。当 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$ 时, 方案 1 下 MF 系统的 SOP 与 $\bar{\rho}_1$ 无关。

2.1.2 方案 2

对于方案 2, $Z_2 = \min \left[\max_{1 \leq k \leq K} \rho_{SR_k}, \rho_{SD} + \rho_{R_k^*D} \right]$,

求解 CDF 共须以下 3 步: 1) 求出 $\rho_{SR_k^*} = \max_{1 \leq k \leq K} \rho_{SR_k}$ 的 CDF; 2) 求出 $Z = \rho_{SD} + \rho_{R_k^*D}$ 的 CDF; 3) 求出 $Z_2 = \min \left[\rho_{SR_k^*}, Z \right]$ 的 CDF。

由于假定 h_{SR_k} 相互独立, 则 ρ_{SR_k} 相互独立,

由式 (3) 可得 $\Pr(\rho_{SR_k^*} \leq \rho) = 1 - \sum_{k,n} \alpha_1^n \rho^n e^{-\alpha_1 k \rho}$ 。

由于假定 h_{SD} 、 h_{R_kD} 相互独立, 则 ρ_{SD} 、 ρ_{R_kD} 相互独立。根据文献[1]中的式 (12), 可得

$$\Pr(Z < z) = \int_0^z f_{\rho_{R_k^*D}}(\rho) F_{\rho_{SD}}(z-\rho) d\rho \quad (15)$$

其中, $f_{\rho_{R_k^*D}}(\cdot)$ 、 $F_{\rho_{SD}}(\cdot)$ 分别为 $\rho_{R_k^*D}$ 、 ρ_{SD} 的 PDF、CDF (分别由式 (1)、(2) 给出), 将其代入式 (15), 用二项式展开定理和文献[25]中的积分式 (3.351.1), 可推得

$$\Pr(Z < z) = 1 - \sum_{v,l}^{\beta_2,v} J(\mathbf{d}_2, z) - \sum_{i=0}^{\beta_2-1} \frac{\alpha_2^i}{i!} z^i e^{-\alpha_2 z} \quad (16)$$

其中, $\sum_{v,l}^{m,v} = \sum_{v=0}^{m-1} \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} \frac{(-1)^l}{v!}$, $\mathbf{d}_2 = (v-l, \alpha_3, l+\beta_2-1, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3^v)$ 。

利用 $\rho_{SR_k^*}$ 的 CDF $\Pr(\rho_{SR_k^*} \leq \rho)$ 和式 (16), 可

推得 $Z_2 = \min \left[\rho_{SR_k^*}, Z \right]$ 的 CDF 为

$$\Pr(Z_2 \leq z) = 1 - \sum_{k,n} \alpha_1^n \left(\sum_{v,l}^{\beta_2,v} J(\mathbf{A}_2, z) + \sum_{i=0}^{\beta_2-1} \frac{\alpha_2^i}{i!} z^i e^{-w_2 z} \right) \quad (17)$$

其中, $\mathbf{A}_2 = (v+n-l, \alpha_1 k + \alpha_3, l+\beta_2-1, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3^v)$, $(t_2, w_2) = (i+n, \alpha_1 k + \alpha_2)$ 。

令 $z = (\gamma_{\text{th}} \rho + \phi)$, 将 ρ_{SE} 的 PDF 和式 (17) 代入式 (5) 进行积分, 再利用式 (10)、(12), 可推得方案 2 下 MF 无线安全系统的 SOP $P_2^{\text{MF}} = I_{2,SE}$ 为

$$I_{2,SE} = 1 - \alpha_1^n \left(\sum_{v,l}^{\beta_2, v} \zeta(\mathbf{A}_2, \beta_{SE}, \alpha_{SE}) + \sum_{i=0}^{\beta_2-1} \zeta(\mathbf{B}_2) \right) \quad (18)$$

其中, $\mathbf{B}_2 = (\alpha_2, i, t_2, w_2, \beta_{SE}, \alpha_{SE})$ 。

考虑 $S \rightarrow R_k$ 链路的高 SNR 情况, 即令 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$, 可推得式 (18) 的极限 $P_{2,\infty}^{MF}$ 为

$$I_{\infty}^{2,SE} = 1 - \sum_{k=1}^K \binom{K}{k} (-1)^{k-1} \left(\sum_{v,l}^{\beta_2, v} \zeta(\mathbf{A}_{22}, \beta_{SE}, \alpha_{SE}) + \sum_{i=0}^{\beta_2-1} \zeta(\mathbf{B}_{22}) \right) \quad (19)$$

其中, $\mathbf{A}_{22} = (v-l, \alpha_3, l+\beta_2-1, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3^v)$, $\mathbf{B}_{22} = (\alpha_2, i, i, \alpha_2, \beta_{SE}, \alpha_{SE})$ 。

由式 (18)、(19) 可得定理 2。

定理 2 中继选择方案 2 下 MF 系统的 SOP (即 P_2^{MF}) 与中继数 K , 各节点的接收天线数, 窃听器数量 N , 目标安全速率 R , 路径损耗因子 θ , 以及各链路参数 $(m_l, d_l, \bar{\rho}_l)$, $l=1, 2, 3, 4$ 有关。当 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$ 时, 方案 2 下 MF 系统的 SOP 与 $\bar{\rho}_1$ 无关。

2.1.3 方案 3

对于方案 3, $Z_3 = \min[\rho_{SR_k}, \rho_{SD} + \max_{1 \leq k \leq K} \rho_{R_k D}]$, 求解 CDF 共须以下 3 步: 1) 求出 $\rho_{R_k D} = \max_{1 \leq k \leq K} \rho_{R_k D}$ 的 CDF; 2) 求出 $Z = \rho_{SD} + \max_{1 \leq k \leq K} \rho_{R_k D}$ 的 CDF; 3) 求出 $Z_3 = \min[\rho_{SR_k}, Z]$ 的 CDF。

由于假定 $h_{R_k D}$ 相互独立, 则 $\rho_{R_k D}$ 相互独立, 故 $\rho_{R_k D}$ 的 CDF $F_{\gamma_{R_k D}}(\rho) = (F(\beta_2, \alpha_2, \rho))^K$ 。

将 $f_{\rho_{SD}}(\cdot)$ (由式 (1) 给出) 和 $F_{\gamma_{R_k D}}(\cdot)$ 的表达式代入式 (15), 用二项式展开定理和文献[25]中的积分式 (3.351.1), 可推得

$$\Pr(Z < z) = 1 - \sum_{k,n}^{\beta_2} \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} (-1)^l J(\mathbf{d}_3, z) - \sum_{i=0}^{\beta_3-1} \frac{\alpha_3^i}{i!} z^i e^{-\alpha_3 z} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{d}_3 = (n-l, \alpha_2 k, \beta_3+l-1, \alpha_3-\alpha_2 k, \alpha_3, \beta_3, \alpha_2^n)$ 。

利用 ρ_{SR_k} 的 CDF (由式 (2) 给出) 和式 (20),

可推得 $Z_3 = \min[\rho_{SR_k}, Z]$ 的 CDF 为

$$\Pr(Z_3 \leq z) = 1 - \sum_{k,n}^{\beta_2} \sum_{j,l}^{\beta_1, n} \alpha_1^j J(\mathbf{A}_3, z) - \sum_{j=0}^{\beta_3-1} \sum_{i=0}^{\beta_3-1} \frac{\alpha_1^j}{j!} \frac{\alpha_3^i}{i!} z^{t_3} e^{-w_3 z} \quad (21)$$

其中, $\mathbf{A}_3 = (j+n-l, \alpha_2 k + \alpha_1, \beta_3+l-1, \alpha_3-\alpha_2 k, \alpha_3, \beta_3, \alpha_2^n)$, $(t_3, w_3) = (i+j, \alpha_3 + \alpha_1)$ 。

令 $z = (\gamma_{th} \rho + \phi)$, 将 ρ_{SE} 的 PDF 和式 (21) 代入式 (5) 进行积分, 再利用式 (10)、(12), 可推得方案 3 下 MF 无线安全系统的 SOP $P_3^{MF} = I_{3,SE}$ 为

$$I_{3,SE} = 1 - \sum_{k,n}^{\beta_2} \sum_{j,l}^{\beta_1, n} \alpha_1^j \zeta(\mathbf{A}_3, \beta_{SE}, \alpha_{SE}) - \sum_{i=0}^{\beta_3-1} \sum_{j=0}^{\beta_3-1} \frac{\alpha_1^j}{j!} \zeta(\mathbf{B}_3) \quad (22)$$

其中, $\mathbf{B}_3 = (\alpha_3, i, t_3, w_3, \beta_{SE}, \alpha_{SE})$ 。

考虑 $S \rightarrow R_k$ 链路的高 SNR 情况, 即令 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$, 可推得式 (22) 的极限 $P_{3,\infty}^{MF}$ 为

$$I_{\infty}^{3,SE} = 1 - \sum_{k,n}^{\beta_2} \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} (-1)^l \zeta(\mathbf{A}_{33}, \beta_{SE}, \alpha_{SE}) - \sum_{i=0}^{\beta_3-1} \zeta(\mathbf{B}_{33}) \quad (23)$$

其中, $\mathbf{A}_{33} = (n-l, \alpha_2 k, \beta_3+l-1, \alpha_3-\alpha_2 k, \alpha_3, \beta_3, \alpha_2^n)$, $\mathbf{B}_{33} = (\alpha_3, i, i, \alpha_3, \beta_{SE}, \alpha_{SE})$ 。

由式 (22)、(23) 可得定理 3。

定理 3 中继选择方案 3 下 MF 系统的 SOP (即 P_3^{MF}) 与中继数 K , 各节点的接收天线数, 窃听器数 N , 目标安全速率 R , 路径损耗因子 θ , 以及各链路参数 $(m_l, d_l, \bar{\rho}_l)$, $l=1, 2, 3, 4$ 有关。当 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$ 时, 方案 3 下 MF 系统的 SOP 与 $\bar{\rho}_1$ 无关。

定理 1、2、3 说明, 当 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$ 时, 方案 1、2、3 下 MF 系统的 SOP 均存在平台现象, 即无法通过提高 $\bar{\rho}_1$ 来改善 PLS 性能, 此时, SOP 平台数值由除 $\bar{\rho}_1$ 以外的参数共同决定。

令 $m_l = 1$, $l=1, 2, 3, 4$, Nakagami 衰落退变为



瑞利衰落, 再令 $L_1=L_2=L_4=1$, $\theta=0$, 图 1 的 PLS 模型退变为文献[7]的 PLS 模型, 此时, 本文的式 (13)、(18) 和 (22) 可分别退化为文献[7]中的式 (13)、(20)、(25), 由此可见本文的结果更具一般性。

2.2 MF 协议下的渐近 SOP

为了更直观地体现系统参数对 MF 无线系统 PLS 性能的影响, 下面对 MF 无线系统的渐近 SOP 进行计算, 渐近 SOP 的求解与对应的第 2.1 节中精确 SOP 的求解步骤相同。

当 $\bar{\rho}_I \rightarrow \infty$ 时, $\alpha_I \rightarrow 0$, 此时对式 (1)、(2)

$$\Pr_{\infty}(V_{\max} \leq v) = \begin{cases} \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^{\beta_2 i} \binom{K}{i} \binom{\beta_2 i}{j} \frac{(-1)^j \alpha_1^{\beta_1(K-i)} \alpha_2^{\beta_2 i}}{(\beta_1!)^{K-i} (\beta_2!)^i} v^{\beta_1 K + (\beta_2 - \beta_1)i - j} \omega^j, & v > \omega; \\ \left((\alpha_1 v)^{\beta_1} / \beta_1! \right)^K, & 0 < v < \omega \end{cases} \quad (26)$$

用 ρ_{SD} 的近似 PDF $f_{\infty}(\beta_3, \alpha_3, \rho_3)$ 对式 (26) 进行积分计算, 并参考文献[7]中的式 (67), 忽略高阶小量的影响, 可推得 Z_1 的近似 CDF 为 $\Pr_{\infty}(Z_1 \leq z) \approx \left((\alpha_1 z)^{\beta_1} / \beta_1! \right)^K$ 。

令 $z = (\gamma_{\text{th}} \rho + \phi)$, 将 $f(\beta_{SE}, \alpha_{SE}, \rho)$ 和 $\Pr_{\infty}(Z_1 \leq z)$ 代入式 (5) 进行积分, 并利用二项式展开定理和文献[25]中的积分式 (3.351.3), 可推得方案 1 下 MF 无线安全系统的渐近 SOP 为

$$P_1^{\infty} = (m_1 d_1^{\theta})^{K\beta_1} \sum_{i=0}^{K\beta_1} \frac{G_{K\beta_1, i}}{(\beta_1! \bar{\rho}_1^{\beta_1})^K} \quad (27)$$

其中, $\beta_1 = L_1 m_1$, $G_{K\beta_1, i} = \binom{K\beta_1}{i} \gamma_{\text{th}}^i \phi^{K\beta_1 - i} \frac{\Gamma(i + \beta_{SE})}{\alpha_{SE}^i \Gamma(\beta_{SE})}$ 。

由式 (27) 可得定理 4。

定理 4 方案 1 下, MF 系统的渐近 SOP 主要受控于 $S \rightarrow R_k^*$ 链路和窃听链路的参数, 安全分集增益为 $KL_1 m_1$, 且渐近 SOP 与 $R_k \rightarrow D$ 链路、 $S \rightarrow D$ 链路的参数无关。

中的 $e^{-\alpha_I \rho_I}$ 进行泰勒展开, 保留最低阶非零项, 可得链路 $ab \in \{SR_k, R_k D, SD\}$ 的 MRC 合并器输出瞬时 SNR ρ_I 的 PDF 和 CDF 的近似式为

$$f_{\infty}(\beta_I, \alpha_I, \rho_I) = \alpha_I^{\beta_I} \rho_I^{\beta_I - 1} / \Gamma(\beta_I) \quad (24)$$

$$F_{\infty}(\beta_I, \alpha_I, \rho_I) = (\alpha_I \rho_I)^{\beta_I} / \beta_I! \quad (25)$$

2.2.1 方案 1

ρ_{SR_k} 和 $\rho_{R_k D}$ CDF 的近似式由式 (25) 给出, 将其代入式 (6) 可求得 V_k 的近似 CDF, 然后采用与得到式 (7) 相同的步骤, 可推得 V_{\max} 的近似 CDF 为

2.2.2 方案 2

$\rho_{R_k^* D}$ 的 PDF 和 ρ_{SD} 的 CDF 近似式分别由式 (24)、(25) 给出, 将其代入式 (15), 计算可得

$$\Pr_{\infty}(Z < z) = \frac{\alpha_2^{\beta_2}}{\Gamma(\beta_2)} \frac{\alpha_3^{\beta_3}}{\beta_3!} \sum_{i=0}^{\beta_3} \binom{\beta_3}{i} (-1)^{\beta_3 - i} \frac{z^{\beta_2 + \beta_3 - i}}{\beta_2 + \beta_3 - i} \quad (28)$$

参考文献[7]的式 (68), 忽略高阶小量的影响, 可得 $Z_2 = \min[\rho_{SR_k^*}, Z]$ 的近似 CDF 为

$$\Pr_{\infty}(Z_2 < z) \approx \begin{cases} \Pr_{\infty}(\rho_{SR_k^*} < z), & K\beta_1 < \beta_2 + \beta_3; \\ \Pr_{\infty}(\rho_{SR_k^*} < z) + \Pr_{\infty}(Z < z), & K\beta_1 = \beta_2 + \beta_3; \\ \Pr_{\infty}(Z < z), & K\beta_1 > \beta_2 + \beta_3 \end{cases} \quad (29)$$

其中, $\Pr_{\infty}(\rho_{SR_k^*} \leq \rho) = \left((\alpha_1 \rho)^{\beta_1} / \beta_1! \right)^K$, $\Pr_{\infty}(Z < z)$ 由式 (28) 给出。

采用与得到式 (27) 相同的推导步骤, 可推得方案 2 下 MF 系统的渐近 SOP 为

$$P_2^\infty = \begin{cases} \Delta_1 / (\beta_1! \bar{\rho}_1^{\beta_1})^K, & K\beta_1 < \beta_2 + \beta_3; \\ \Delta_1 / (\beta_1! \bar{\rho}_1^{\beta_1})^K + \Delta_2 / (\beta_3! \Gamma(\beta_2) \bar{\rho}_2^{\beta_2} \bar{\rho}_3^{\beta_3}), & K\beta_1 = \beta_2 + \beta_3; \\ \Delta_2 / (\beta_3! \Gamma(\beta_2) \bar{\rho}_2^{\beta_2} \bar{\rho}_3^{\beta_3}), & K\beta_1 > \beta_2 + \beta_3 \end{cases} \quad (30)$$

其中, $\Delta_1 = (m_1 d_1^\theta)^{K\beta_1} \sum_{i=0}^{K\beta_1} G_{K\beta_1, i}$, $\Delta_2 = (m_2 d_2^\theta)^{\beta_2}$

$$(m_3 d_3^\theta)^{\beta_3} \sum_{i=0}^{\beta_3} \sum_{j=0}^{\beta_2 + \beta_3} \binom{\beta_3}{i} \frac{(-1)^{\beta_3 - i} G_{\beta_2 + \beta_3, j}}{\beta_2 + \beta_3 - i}.$$

由式 (30) 可得定理 5。

定理 5 方案 2 下, MF 系统的安全分集增益为 $\min(KL_1 m_1, L_2 m_2 + L_3 m_3)$ 。渐近 SOP 在 $KL_1 m_1$ 较小时主要由 $S \rightarrow R_k^*$ 链路和窃听链路的参数决定, 在 $L_2 m_2 + L_3 m_3$ 较小时主要由 $R_k \rightarrow D$ 链路、 $S \rightarrow D$ 链路和窃听链路的参数决定, 当两者相等时则受控于所有主、窃听链路的参数。

$$P_3^\infty = \begin{cases} \Delta_3 / (\beta_1! \bar{\rho}_1^{\beta_1}), & \beta_1 < K\beta_2 + \beta_3; \\ \Delta_3 / (\beta_1! \bar{\rho}_1^{\beta_1}) + \Delta_4 / ((\beta_2!)^K \Gamma(\beta_3) \bar{\rho}_2^{K\beta_2} \bar{\rho}_3^{\beta_3}), & \beta_1 = K\beta_2 + \beta_3; \\ \Delta_4 / ((\beta_2!)^K \Gamma(\beta_3) \bar{\rho}_2^{K\beta_2} \bar{\rho}_3^{\beta_3}), & \beta_1 > K\beta_2 + \beta_3 \end{cases} \quad (32)$$

其中, Δ_3 可由式 (30) 中 Δ_1 的 $K\beta_1$ 替换为 β_1 得到, Δ_4 可由式 (30) 中 Δ_2 的 β_2 替换为 $K\beta_2$ 得到。

由式 (32) 可得定理 6。

定理 6 方案 3 下, MF 系统的安全分集增益为 $\min(L_1 m_1, KL_2 m_2 + L_3 m_3)$ 。渐近 SOP 在 $L_1 m_1$ 较小时主要由 $S \rightarrow R_k^*$ 链路和窃听链路的参数决定, 在 $KL_2 m_2 + L_3 m_3$ 较小时主要由 $R_k \rightarrow D$ 链路、 $S \rightarrow D$ 链路和窃听链路的参数决定, 当两者相等时则受控于所有主、窃听链路的参数。

当 $m_l = 1, l = 1, 2, 3, 4$, 且 $L_1 = L_2 = L_4 = 1, \theta = 0$ 时, 本文的式 (27)、(30)、(32) 分别退变为文献[7]中的式 (14)、(21)、(26), 且相应的安全分集增益也相同, 可见本文的结果更具一般性。

2.2.3 方案 3

将 $\rho_{R_k^*D}$ 的 CDF 和 ρ_{SD} 的 PDF 近似式代入式 (15),

采用与得到式 (20) 相同的步骤, 可得

$$\Pr_\infty(Z < z) = \frac{\alpha_3^{\beta_3} \left(\frac{\alpha_2^{\beta_2}}{\beta_2!} \right)^K \sum_{k=0}^{K\beta_2} \binom{K\beta_2}{k} \frac{(-1)^{K\beta_2 - k} z^{K\beta_2 + \beta_3}}{K\beta_2 + \beta_3 - k} \Gamma(\beta_3)}{\Gamma(\beta_3)} \quad (31)$$

$\Pr_\infty(Z_3 < z)$ 可由式 (29) 中的比较条件 $K\beta_1$ 和 $\beta_2 + \beta_3$ 替换为 β_1 和 $K\beta_2 + \beta_3$ 得到, 且其中的 $\Pr_\infty(\rho_{SR_k} < z)$ 和 $\Pr_\infty(Z < z)$ 分别由式 (25)、(31) 给出。

采用与得到式 (27) 相同的推导步骤, 可推得方案 3 下 MF 系统的渐近 SOP 为

2.3 DF 协议下的 SOP

与 MF 系统不同, DF 系统的 SOP 还须计算第二阶段的 SOP I_{J, R_k^*E} , 求解步骤与计算 $I_{J, SE}$ 的相同, 只须将式 (13)、(18)、(22) 中的变量 α_{SE} 、 β_{SE} 替换为 $\alpha_{R_k^*E} = m_5 d_5^\theta / \bar{\rho}_5$, $\beta_{R_k^*E} = NL_5 m_5$ 即可。然后将式 (13)、(18)、(22) 和 I_{J, R_k^*E} 代入式 (4) 即可求得 3 种方案下 DF 系统的 SOP。

考虑 $S \rightarrow R_k$ 链路的高 SNR 情况, 此时 3 种方案下 DF 系统 SOP 的极限可由式 (4) 中的保密通信第一、二阶段的精确 SOP 替换为极限形式 $I_\infty^{J, SE}$ 、 I_∞^{J, R_k^*E} 得到, 其中, $I_\infty^{J, SE}$ 已分别由式 (14)、(19)、(23) 给出, I_∞^{J, R_k^*E} 可由式 (14)、(19)、



(23) 中的变量 α_{SE} 、 β_{SE} 替换为 $\alpha_{R_k^*,E}$ 、 $\beta_{R_k^*,E}$ 得到。

由式 (4)、(13)、(18)、(22) 及 $I_{J,R_k^*,E}$ 可得定理 7。

定理 7 3 种中继选择方案下 DF 系统的 SOP (即 P_J^{DF}) 与中继数、各节点接收天线数、窃听者数、目标安全速率、路径损耗因子, 以及各链路参数有关。当 $\bar{\rho}_1 \rightarrow \infty$ 时, 3 种方案下 DF 系统的 SOP 与 $\bar{\rho}_1$ 无关, 且存在平台现象, 该平台数值由除 $\bar{\rho}_1$ 以外的其余参数共同决定。

2.4 MF/DF 协议下的 PNSC

参考文献[7], MF/DF 无线安全系统的 PNSC 定义为其安全容量大于 0 的概率。令 $R=0$, 可得 $\gamma_{th}=1$, 则 3 种中继选择方案下 MF/DF 系统的 PNSC 可以表示为

$$P_{J,\text{non}}^X = \Pr(C_{\text{sec}}^X > 0) = 1 - P_{J,R=0}^X \quad (33)$$

其中, $X \in \{\text{MF}, \text{DF}\}$, $P_{J,R=0}^X$ 表示 MF/DF 协议下 3 种方案在 $R=0$ 即 $\gamma_{th}=1$ 时对应的 SOP。将 $\gamma_{th}=1$ 分别代入式 (13)、(18)、(22) 可得 MF 协议下 3 种方案的 $P_{J,R=0}^{\text{MF}}$, 同理将 $\gamma_{th}=1$ 代入 DF 系统的 SOP, 可求得 $P_{J,R=0}^{\text{DF}}$, 再将 $P_{J,R=0}^{\text{MF}}/P_{J,R=0}^{\text{DF}}$ 代入式 (33) 可得 3 种方案下 MF/DF 系统的 PNSC。

当 $\bar{\rho}_4 \rightarrow 0$ 、 $\bar{\rho}_5 \rightarrow 0$ 时, 可认为窃听者远离源和中继, 此时 MF/DF 系统的 PNSC 均为 $P_{J,\text{non}}^X \approx 1$ 。

3 数值计算

用计算机软件对 Nakagami 衰落信道下中继选择 MF 系统的 SOP、渐近 SOP 和 PNSC 进行数值计算和蒙特卡洛仿真, 观察不同参数对 PLS 性能的影响。参照文献[7, 9-10], 本文也对 3 种方案在 MF 和 DF 两种协议下的 PLS 性能进行对比。在理论计算和仿真中, 距离参数设置参考文献[26], 并使用归一化距离, 以 $d_1=d_2=0.5$, $d_3=1$, $d_4=d_5=1.118$ 为例, $\theta=3$, $R=0.5$ bit/s/Hz, $\mathbf{m}=(m_1,$

$m_2, m_3, m_4, m_5)$, 其余参数设置参考文献[7,19]。

不同 L_1 下 MF/DF 系统的 SOP 如图 2 所示, 展示了 MF/DF 系统的 SOP 随 $S \rightarrow R_k^*$ 链路平均 SNR $\bar{\rho}_1$ 变化的性能曲线。由图 2 可知: 1) 对于方案 1、2、3, 当 $\bar{\rho}_1 < 30$ dB 时, L_1 越大, MF 系统的 PLS 性能越好。这是因为 L_1 越大, C_D 越大, 而 C_E 不变, 故 PLS 性能越好; 2) 当 $\bar{\rho}_1 > 30$ dB 时, MF 系统的 SOP 出现平台现象, 由式 (14)、(19)、(23) 给出的平台值与仿真值吻合。

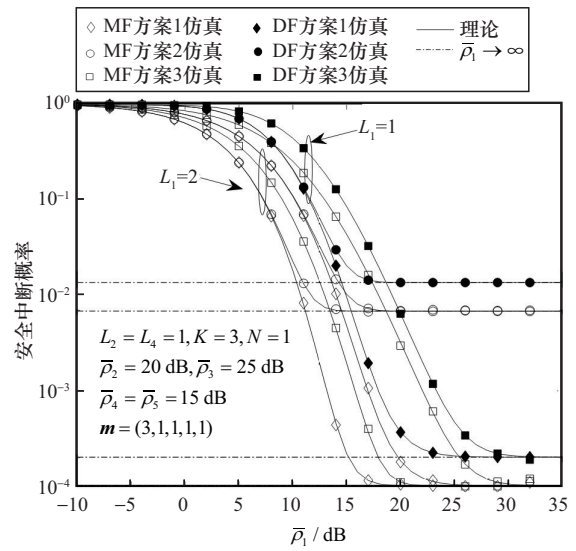


图 2 不同 L_1 下 MF/DF 系统的 SOP

不同 K 下 MF/DF 系统的 SOP 如图 3 所示, 展示了 MF/DF 系统的 SOP 随 $R_k^* \rightarrow D$ 链路平均 SNR $\bar{\rho}_2$ 变化的性能曲线。由图 3 可知: 1) $K=1$ 时, 3 种方案下 MF 系统的 SOP 是相同的, 因为此时无须中继选择; 2) 比较 $K=1$ 和 5 时相同方案下 MF 系统的 SOP, 可知 SOP 随着 K 的增大而减小。因为 K 增大, 主信道链路的 SNR 会增大, C_D 增大, 而 C_E 不变, 故 PLS 性能变好。

不同 N 下 MF/DF 系统的 SOP 如图 4 所示, 展示了 MF/DF 系统的 SOP 随 $S \rightarrow D$ 链路平均 SNR $\bar{\rho}_3$ 变化的性能曲线。由图 4 可知: 1) N 越大, MF 系统的 PLS 性能越差。例如, 当 $\bar{\rho}_3=18$ dB、 N 由 1 增大到 3 时, 方案 1、2、3 下 MF 系统的 SOP 分

别由 1.79×10^{-5} 增大到 2.0×10^{-4} 、由 1.7×10^{-3} 增大到 8.8×10^{-3} 、由 5.29×10^{-5} 增大到 4.88×10^{-4} 。这是因为合谋窃听下， N 越大， C_E 越大而 C_D 不变，故 MF 系统的 SOP 增大；2) 在高 SNR 下，由式 (27)、(30)、(32) 给出的渐近 SOP 的数值计算与对应的仿真结果一致，从而验证了其理论分析的准确性。

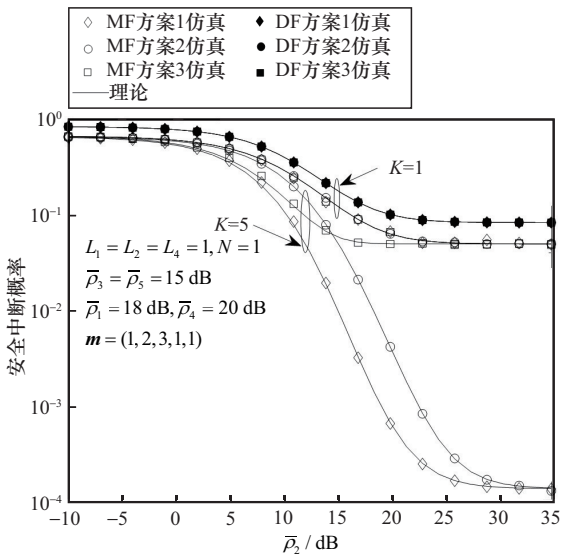


图3 不同K下MF/DF系统的SOP

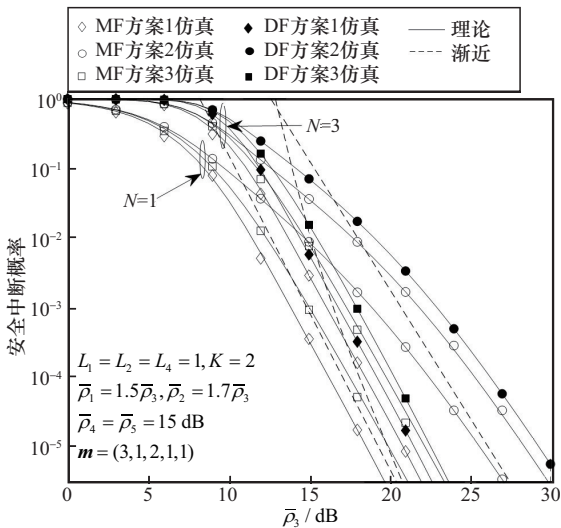


图4 不同N下MF/DF系统的SOP

由图2~4可知，在相同中继选择方案下，MF 无线安全系统的 PLS 性能优于对应的 DF 系统，

如对于方案1，MF无线系统的SOP性能低于对应的DF系统。因为在MF协议下，窃听者不能正确解码经中继修改后转发的保密信号，从而提升了PLS性能。

不同 L_2 或 L_4 下 MF 系统的 SOP 如图 5 所示，展示了 MF 系统的 SOP 随 $S \rightarrow E_n$ 链路平均 SNR $\bar{\rho}_4$ 变化的性能曲线。由图 5 可知：1) L_2 越大，MF 系统的 SOP 越小。因为 L_2 越大， C_D 越大，而 C_E 不变，所以 MF 系统的 PLS 性能越好；2) L_4 越大，MF 系统的 SOP 越大。这是因为 L_4 越大， C_E 越大，而 C_D 不变，所以 PLS 性能恶化。

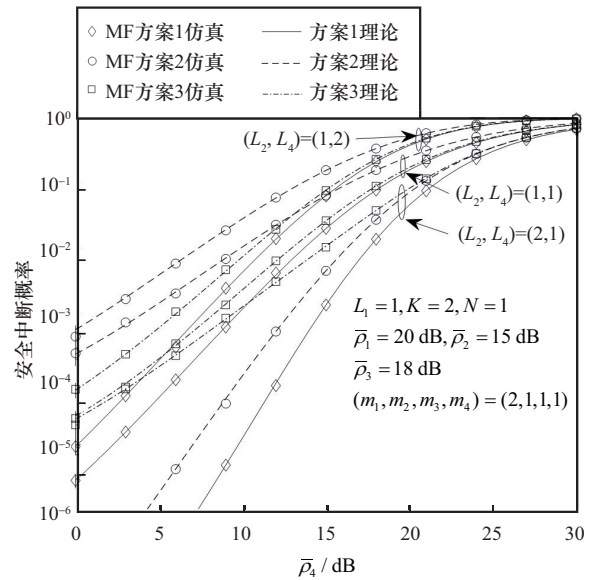


图5 不同L2或L4下MF系统的SOP

不同主信道衰落系数下 MF 系统的 SOP 如图 6 所示，展示了 MF 系统的 SOP 随 $\bar{\rho}_4$ 变化的性能曲线。由图 6 可知：当 $m_1=m_2=m_3=1$ 时，本文的结果与文献[7]中的图 5 相同；对于 3 种方案，当 $m_1=m_2=m_3$ 由 1 增大到 2 时，对应的安全分集增益分别由 3、2、1 提升至 6、4、2，MF 系统的 SOP 减小。例如，当 $\bar{\rho}_4=6$ dB， $m_1=m_2=m_3$ 由 1 增大到 2 时，方案 1、2、3 下 MF 系统的 SOP 分别由 1.09×10^{-2} 减小到 2.20×10^{-3} 、由 2.30×10^{-2} 减小到 4.04×10^{-3} 、由 0.12 减小到 4.60×10^{-2} 。

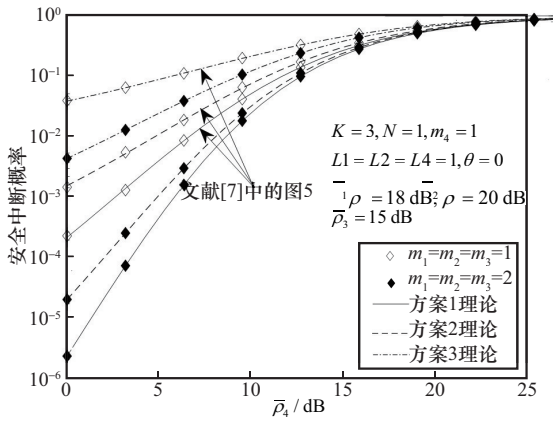
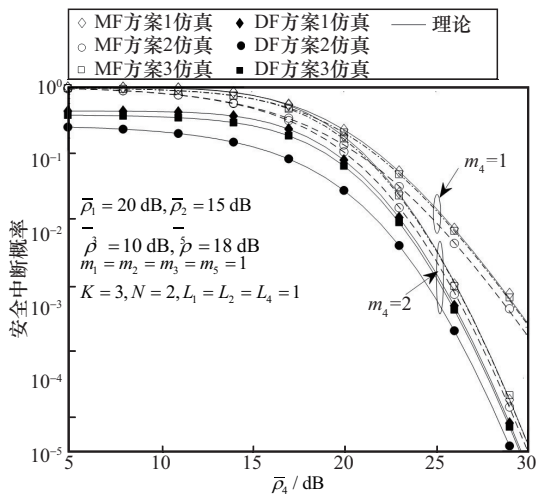


图6 不同主信道衰落系数下MF系统的SOP

不同 m_4 下 MF/DF 系统的 PNSC 如图 7 所示, 展示了 MF/DF 系统的 PNSC 随 $\bar{\rho}_4$ 变化的性能曲线。由图 7 可知: 当 m_1, m_2, m_3, m_5 不变时, m_4 越大, MF 系统的 PNSC 越小。例如, 当 $\bar{\rho}_4 = 26$ dB, m_4 由 1 增大到 2 时, 方案 1、2、3 下 MF 系统的 PNSC 分别由 1.13×10^{-2} 减小到 2.04×10^{-3} 、由 7.31×10^{-3} 减小到 1.51×10^{-3} 、由 1.06×10^{-2} 减小到 2.02×10^{-3} 。这是因为 m_4 越大, C_E 越大, 而 C_D 不变, 所以 PNSC 减小。对于相同的中继选择方案, MF 系统的 PNSC 大于对应的 DF 系统。

图7 不同 m_4 下 MF/DF 系统的 PNSC

由图 2~7 可知, 由式 (13)、(18)、(22)、(33) 给出的 3 种方案下 SOP 和 PNSC 的数值计算与对应的仿真结果相吻合, 从而验证了 3 种方案

下 MF/DF 协作无线安全系统 SOP 和 PNSC 理论推导的正确性。

4 结束语

本文研究了 Nakagami 衰落信道上中继选择 MF 无线系统的 PLS 性能, 分别推导了 3 种中继选择方案在 MF/DF 两种协议下的 SOP 和 PNSC 表达式以及在高信噪比下 MF 系统的渐近 SOP 表达式。对比了相同方案下 MF 和 DF 系统的 PLS 性能, 最后进行了理论计算和蒙特卡洛仿真。数值计算和仿真结果一致, 验证了 MF 系统理论推导的正确性; 对于相同的中继选择方案, MF 系统的 SOP 和 PNSC 性能优于 DF 系统; MF 无线安全系统的安全分集增益主要取决于中继数、中继/目的节点的接收天线数、主信道各链路的衰落系数, 增加中继数、中继/目的节点的接收天线数可改善 MF 系统的 PLS 性能。将窃听者的位置建模为泊松分布的中继选择 MF 安全系统将是下一步的研究方向。

参考文献:

- [1] Yan Z, Ouyang B, Zhang X, et al. Secrecy outage performance of opportunistic relay selection with limited CSI feedback[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(6): 1626-1630.
- [2] Li H, Chen Y P, Zhu M F, et al. Secrecy outage probability of relay selection based cooperative NOMA for IoT networks[J]. IEEE Access, 2021, 9: 1655-1665.
- [3] Feng Y H, Yan S H, Liu C X, et al. Two-stage relay selection for enhancing physical layer security in non-orthogonal multiple access[J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2019, 14(6): 1670-1683.
- [4] Sharma S, Roy S D, Kundu S. Secrecy outage of an energy harvesting multi-relay network with multiple-antenna[J]. Wireless Personal Communications, 2023, 129(4): 2503-2524.
- [5] Cao Z H, Ji X D, Wang J, et al. Artificial noise aided secure communications for cooperative NOMA networks[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2022, 8(2): 946-963.

- [6] Kim S W. Modify-and-forward for securing cooperative relay communications[C]//Proceedings of the 23th International Zurich Seminar on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2014: 136-139.
- [7] Chu S I. Secrecy analysis of modify-and-forward relaying with relay selection[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(2): 1796-1809.
- [8] 程英, 李光球, 沈静洁, 等. MF中继选择系统的物理层安全性[J]. 电信科学, 2021, 37(9): 95-104.
Cheng Y, Li G Q, Shen J J, et al. Physical layer security performance of MF relay selection systems[J]. Telecommunications Science, 2021, 37(9): 95-104.
- [9] 张延良, 田月华, 李兴旺, 等. 基于MF协议的协作NOMA系统物理层安全性性能研究[J]. 电子与信息学报, 2023, 45(4): 1211-1218.
Zhang Y L, Tian Y H, Li X W, et al. Research on physical layer security of cooperative NOMA system based on MF protocol[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2023, 45(4): 1211-1218.
- [10] Li X W, Qi H Y, Do D T, et al. IQ-impaired wireless-powered modify-and-forward relaying for IoT networks: an in-depth physical-layer security analysis[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 10(17): 14912-14924.
- [11] Huang G J, Lei Y X, Li X W, et al. Joint covert and secure communication for SWIPT assisted CNOMA systems[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2025, 12(12): 20406-20419.
- [12] Peng H X, Qi H Y, Li X W, et al. Hardware impaired modify-and-forward relaying with relay selection: reliability and security [J]. Physical Communication, 2021, 46: 101315.
- [13] 罗延翠, 李光球, 叶明珠, 等. 中继选择 NOMA 无线系统的物理层安全[J]. 电信科学, 2024, 40(3): 116-127.
Luo Y C, Li G Q, Ye M Z, et al. Physical layer security of relay selection NOMA wireless systems[J]. Telecommunications Science, 2024, 40(3): 116-127.
- [14] Gong S X, Tao X F, Li N, et al. Secret key generation over a Nakagami fading channel with correlated eavesdropping channel[J]. Science China Information Sciences, 2022, 65(9): 192304.
- [15] Yang Y J, Chen J, Huang Y Z, et al. Secure transmission of wireless relaying systems with jammer and multiple-user selection[J]. IEEE Access, 2017, 5: 8771-8779.
- [16] Ranjan P, Aswathi V, Poornima S. Secrecy outage probability in cooperative NOMA based 5G wireless networks in Nakagami fading environment[C]//Proceedings of the 2022 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (Black Sea Com). Piscataway: IEEE Press, 2022: 372-378.
- [17] Lei H J, Zhang H, Ansari I S, et al. On secrecy outage of relay selection in underlay cognitive radio networks over Nakagami fading channels[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2017, 3(4): 614-627.
- [18] Bouabdellah M, El Bouanani F, Alouini M S. A PHY layer security analysis of uplink cooperative jamming-based underlay CRNs with multi-eavesdroppers[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2020, 6(2): 704-717.
- [19] Abd El Ghafour M G, Abd El-Malek A H, Abo-Zahhad M. Secrecy performance and power allocation for cooperative vehicular relaying networks in the presence of interference[C]//Proceedings of the 2023 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC). Piscataway: IEEE Press, 2023: 304-310.
- [20] Abd El Ghafour M G, Abd El-Malek A H, Hassan O E, et al. Secrecy outage probability of full-duplex relaying vehicular networks[C]//Proceedings of the 2022 10th International Japan-Africa Conference on Electronics, Communications, and Computations (JAC-ECC). Piscataway: IEEE Press, 2023: 98-103.
- [21] LEE B, LEE C. Performance analysis of cooperative multi-hop networks with hop selection in Nakagami fading channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(8): 3851-3859.
- [22] Ding H Y, Ge J H, Da Costa D B, et al. Asymptotic analysis of cooperative diversity systems with relay selection in a spectrum-sharing scenario[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(2): 457-472.
- [23] Saber M J, Keshavarz A, Mazloum J, et al. Physical layer security analysis of mixed SIMO SWIPT RF and FSO fixed-gain relaying systems[J]. IEEE Systems Journal, 2019, 13(3): 2851-2858.
- [24] 李光球. Nakagami衰落信道上组合SC/MRC的性能分析[J]. 电波科学学报, 2007, 22(2): 187-190.
Li G Q. Performance analysis of combined transmit SC/receive MRC in Nakagami fading channels[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2007, 22(2): 187-190.



- [25] Gradshteyn I S, Ryzhik I M, Jeffrey A. Table of integrals, series, and products[M]. Amsterdam: Elsevier, 2007.
- [26] Son P N, Kong H Y. Exact outage probability of cooperative secrecy transmission: impact of unavailable relays[J]. Wireless Personal Communications, 2015, 85(3): 727-740.

[作者简介]



张亚娟 (1998-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信。



高杰 (2001-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信。



张旭 (2001-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信。



李光球 (1966-), 男, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院教授, 主要研究方向为无线通信, 信息论与编码, 通信网络安全。



王志康 (2000-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信。